

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пензенский государственный технологический университет»  
(ПензГТУ)

УТВЕРЖДАЮ

Председатель приемной комиссии  
и.о. ректора

Д. В. Пашенко

«13» *сентября* 2025г



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**  
**НА ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ НАУЧНЫХ И НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ**  
**В АСПИРАНТУРЕ**

по научной специальности:

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Пенза  
2025

## ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Вступительное испытание обеспечивает контроль знаний в рамках вузовского образования. В ходе ответа оценивается глубина теоретических знаний, логика и ясность изложения, умение практического анализа, навыки анализа литературы.

Вступительное испытание проводится на русском языке. Вступительное испытание может проводиться очно или с применением дистанционных технологий. Поступающий предоставляет заявление о выборе способа проведения вступительного испытания.

Целью проведения вступительного испытания является проверка соответствия уровня подготовленности поступающего требованиям к поступлению на программу аспирантуры.

Поступающий в аспирантуру должен продемонстрировать высокий уровень практического и теоретического владения материалом полученным при обучении по программам магистратуры или специалитета. При поступлении в аспирантуру поступающий должен:

### **знать:**

- современное состояние и тенденции развития соответствующих разделов математического моделирования, численных методов и программирования;
- возможности использования математического моделирования, численных методов и программирования для математического моделирования как непрерывных, так и дискретных процессов;
- возможности использования этих разделов математики в своей профессиональной деятельности.

### **уметь:**

- оперировать современным аппаратом математического моделирования, численных методов и программирования;
- проводить научные исследования, используя математическое моделирование, численные методы и программирование;

### **иметь навыки владения:**

- методами математического моделирования;
- современными численными методами;
- современными компьютерными технологиями для реализации соответствующих численных алгоритмов исследования сложных проблем анализа.

Вступительное испытание проводится устно по билетам, содержащим в себе три вопроса, необходимых для оценки компетенций, необходимых для обучения по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

## 1. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Вступительный экзамен включает в себя следующие основные разделы:

### **Раздел 1. Программирование**

Булева алгебра и ее роль в создании языков манипулирования данными. Программное обеспечение по назначению: основные классы, описание и представители современного уровня. Трансформация методов программирования: двоичные коды, 16-ричные машинные коды, мнемокоды, Ассемблер, языки высокого уровня, программные среды визуального программирования. Организация подпрограмм. Прототипы функций. Передача в функцию массивов, структур и других данных. Возвращение в программу массивов, структур и данных других типов. Организация пользовательских функций. Предварительная инициализация параметров функции. Функции с переменным числом параметров. Передача параметров в функцию `main ( )`. Указатели на функцию. Организация работы с динамической памятью. Выделение памяти, освобождение памяти. Работа с указателями. Адресная арифметика. Классы. Конструкторы, деструкторы. Разделение доступа к членам класса. Перегрузка операций. Переопределение ввода-вывода в C++. Шаблоны функций и шаблоны классов. Развитие языков высокого уровня – C#, Java. Разработка программ для мобильных приложений.

Объектно-ориентированное программирование. Основные парадигмы программирования. Примеры на C++, VBA. Контрактная модель в программировании. Пред- и постусловия. Особенности формулировки постусловий для недетерминированных систем. Сущность класс. Отношения между классами. Реализация на языках программирования. Объект. Отношения между объектами. Реализация на языках программирования. Единичный и множественный полиморфизм. Инкапсуляция и наследование.

## **Раздел 2. Математика**

Понятие предела последовательности, функции. Асимптоты функций, пределы интегральных сумм. Применение пределов для определения сходимости числовых рядов. Производная функция. Дифференциал. Геометрический смысл. Частные производные. Градиент функции. Применение производной для исследования поведения графика функций одной или нескольких переменных, для разложения функций в ряд Тейлора, для определения кривизны и кручения кривой. Первообразная функция. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Криволинейные и кратные интегралы. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения.

Понятие пространства. Линейное пространство. Примеры пространств и их свойства. Понятие матрицы. Виды матриц. Свойства матриц. Операции над матрицами. Реализация операций с матрицами в программных продуктах. Многочлены. Свойства многочленов. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на простые множители. Теория графов. Бинарные деревья. Построение дерева. Поиск по дереву. Удаление элементов.

## **Раздел 3. Основы математического моделирования**

Методология системной организации математического моделирования. Объект исследования и математического моделирования. Элементы теории функций и функционального анализа. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Линейные непрерывные функционалы. Линейные операторы. Элементы спектральной теории. Дифференциальные и интегральные операторы. Экстремальные задачи. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум. Задачи на минимакс. Математическая статистика. Случайные величины и векторы. Элементы теории случайных процессов. Основные понятия корреляционного, регрессионного и дисперсионного анализов. Моделирование на основе применения случайных величин, случайных функций и их характеристик: математического ожидания, дисперсии, корреляционной функции и спектральных плоскостей. Математическое моделирование как метод описания и исследования сложных систем. Классы математических моделей. Требования к моделям. Методы математического моделирования непрерывных и дискретных систем.

## **Раздел 4. Численные методы**

Численные методы и их значение в компьютерных исследованиях. Типы ошибок, Проблема сходимости. Погрешность численного решения задачи. Решение линейных алгебраических уравнений. Прямые и итерационные методы. Понятия аппроксимации, устойчивости и сходимости. Задача интерполяции, интерполяция полиномами.

Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений. Численное интегрирование. Методы численного интегрирования (прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса, стат. испытаний). Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Одношаговые и многошаговые методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения экстремальных задач. Численные методы структурно-параметрического синтеза математических моделей по экспериментальным данным. Разностные методы решения уравнений математической физики. Явные и неявные схемы. Основные понятия (аппроксимация, сходимость, устойчивость). Теория устойчивости разностных схем.

Численные методы решения системы линейных алгебраических уравнений и нелинейных систем уравнений. Прямые и итерационные методы. Интерполирование функций многочленами Ньютона, Лагранжа. Методом наименьших квадратов и его применение. Численное интегрирование и дифференцирование. Пример. Численное дифференцирование. Пример. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Пример.

## **Раздел 5. Комплексы программ, математическое компьютерное и имитационное моделирование**

Задача проектирования программных систем; организация процесса проектирования программного обеспечения (ПО). Использование декомпозиции и абстракции при проектировании ПО, декомпозиция системы.

Методы проектирования структуры ПО; методология объектно-ориентированного программирования. Технологические средства разработки программного обеспечения: инструментальная среда разработки, средства поддержки проекта, отладчики; методы отладки и тестирования программ.

Документирование и оценка качества программных продуктов; методы защиты программ и данных; проектирование интерфейса с пользователем; Структуры диалога, поддержка пользователя, многооконные интерфейсы, примеры реализации интерфейсов с пользователем с использованием графических пакетов.

Имитационное моделирование. Метод статистического моделирования (Метод Монте-Карло): Марковский процесс, языки имитационного моделирования. Система имитационного моделирования GPSS.

Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Планирование компьютерного эксперимента. Эксперимент и наблюдение как средства построения и уточнения модели исследуемого объекта или явления. Применение математических моделей в вычислительных экспериментах.

Этапы вычислительного эксперимента. Построение математической, алгоритмической и программной модели исследуемой системы. Модель, алгоритм, программа. Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня.

Понятие о пакетах прикладных программ и программных системах, применяемых в математике, вычислительном эксперименте, численном и имитационном моделировании. Пакеты прикладных программ.

Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Математические модели в научных исследованиях. Математическое моделирование в статистической механике, экономике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.

Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования. Локальные вычислительные сети и лабораторные вычислительные комплексы. Комплексы программ..

## **2. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

### ***а) основная литература***

1. Шелухин, О. И. Моделирование информационных систем: учебное пособие / О. И. Шелухин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Горячая линия-Телеком, 2018. — 516 с. — ISBN 978-5-9912-0193-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/111118>
2. Пимонов, А. Г. Имитационное моделирование: учебное пособие / А. Г. Пимонов, С. А. Веревкин, Е. В. Прокопенко. — Кемерово: КузГТУ имени

- Т.Ф. Горбачева, 2015. — 139 с. — Текст: электронный // Лань: электроннобиблиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/69500>
3. Кутузов, О. И. Моделирование систем. Методы и модели ускоренной имитации в задачах телекоммуникационных и транспортных сетей: учебное пособие / О. И. Кутузов. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 132 с. — ISBN 978-5-8114-2972-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/107274>
  4. Колбин, В. В. Специальные методы оптимизации / В. В. Колбин. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-1536-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/41015>
  5. Рыжков, И. Б. Основы научных исследований и изобретательства: учебное пособие / И. Б. Рыжков. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-4207-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/116011>
  6. Жаков К.Ф. Гипотеза, её природа и роль в науке и в философии. - СПб.: Изд-во: "Лань", 2013. - 78 с <http://e.lanbook.com/view/book/44033/>
  7. Лесин, В. В. Основы методов оптимизации: учебное пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 344 с. — ISBN 978-5-8114-1217-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/86017>

**б) дополнительная литература**

1. Шишов, В. Ф. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: учебное пособие / В. Ф. Шишов, Н. В. Назарова. — Пенза: ПензГТУ, [б. г.]. — Часть 1: Теория вероятностей — 2011. — 148 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/62892>
2. Королёв А.Л. Компьютерное моделирование. Лабораторный практикум. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 296 с.
3. Афонин В.В., Федосин С.А. Моделирование систем. Учебнопрактическое пособие. – М.: Интернет-Университет Информационных технологий: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 231 с.
4. Потапов Л.А., Бутарёв И.Ю. Моделирование электромеханических устройств: учебное пособие. – Брянск. БГТУ, 2011. – 112 с.
5. Прошин И.А., Прошин Д.И., Прошина Р.Д. Математическое моделирование и обработка информации в АСУ: монография. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. технол. акад., 2012. – 380 с.
6. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. - М.: Проспект, 2010.
7. Марковские модели в задачах диагностики и прогнозирования: Учеб. Пособие (гриф УМО). / Под ред. Л.С. Куравского. – М.: РУСАВИА, 2013. – 172 с.
8. Лукин В. В., Лукин В. Н., Лукин Т. В. Технология разработки программного обеспечения: Учеб. Пособие. – М.: МГППУ, 2014. — 196 с.
9. Миносцев В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Б. Миносцев, В.Г. Зубков, В.А. Ляховский ; под ред. Миносцева В.Б. , Пушкарь Е.А.. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 544 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30424>.
10. Миносцев В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 2. Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Б. Миносцев, В.А. Ляховский, А.И.

Мартыненко; под ред. Миносцева В.Б., Пушкарь Е.А. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30425>.

11. Миносцев В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Б. Миносцев, Н.А. Берков, В.Г. Зубков; под ред. Миносцева В.Б., Пушкарь Е.А. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 528 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30426>.

**в) интернет ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных**

1. Российская Государственная библиотека URL: <http://www.rsl.ru/> (дата обращения: 28.08.2024).
2. Российская национальная библиотека URL: <http://www.nlr.ru/> (дата обращения: 28.08.2024).
3. Государственная публичная научно-техническая библиотека России URL: <http://www.gpntb.ru/> (дата обращения: 28.08.2024).
4. Public.Ru - публичная интернет-библиотека URL: <http://www.public.ru/> (дата обращения: 28.08.2024).
5. Научная электронная библиотека <http://www.eLIBRARY.ru/> (дата обращения: 28.08.2024).

### **3. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ**

1. Основные этапы программирования
2. Булева алгебра и ее роль в создании языков манипулирования данными
3. Программное обеспечение по назначению: основные классы, описание и представители современного уровня.
4. Организация подпрограмм. Прототипы функций. Передача в функцию массивов, структур и других данных. Возвращение в программу массивов, структур и данных других типов.
5. Трансформация методов программирования: двоичные коды, 16-ричные машинные коды, мнемокоды, Ассемблер, языки высокого уровня, программные среды визуального программирования.
6. Реляционные операции. Примеры использования.
7. Сортировка массивов. Простые методы: сортировка вставками, выбором, обменом.
8. Теория графов. Бинарные деревья. Построение дерева. Поиск по дереву. Удаление элементов.
9. Понятие компьютерной памяти, виды памяти ПЗУ, ОЗУ, FLASH, САСН память,
10. Память на жестких дисках. Носители, организация, методы кодирования. FLASH память.
11. Понятие предела последовательности, функции. Асимптоты функций, пределы интегральных сумм. Применение пределов для определения сходимости числовых рядов.
12. Производная функция и ее свойства. Геометрический смысл. Частные производные. Градиент функции. Применение производных в решении задач.
13. Применение производной для исследования поведения графика функций одной или нескольких переменных, для разложения функций в ряд Тейлора, для определения кривизны и экстремумов.
14. Первообразная функция. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Криволинейные и кратные интегралы.
15. Числовой ряд, частичные суммы. Функциональный ряд. Степенные и тригонометрические ряды. Интегрирование и дифференцирование рядов.

Признаки сходимости числовых рядов.

16. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения.
17. Понятие пространства. Линейное пространство. Примеры пространств и их свойства.
18. Понятие матрицы. Виды матриц. Свойства матриц. Операции над матрицами. Реализация операций с матрицами в программных продуктах.
19. Многочлены. Свойства многочленов. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на простые множители.
20. Событие. Виды событий. Понятие вероятности события.
21. Численные методы решения системы линейных алгебраических уравнений и нелинейных систем уравнений. Прямые и итерационные методы.
22. Численное интегрирование и дифференцирование. Пример.
23. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Пример.
24. Численное решение дифференциальных уравнений математической физики.
25. Классификация моделей и виды моделирования.
26. Этапы математического моделирования, принципы построения и основные требования к математическим моделям систем.
27. Логическая структура моделей и общая схема разработки математических моделей.
28. Формализация процесса функционирования системы. Формы представления математических моделей.
29. Построение моделирующих алгоритмов, формализация и алгоритмизация процессов.
30. Имитационные модели и статистическое моделирование на ЭВМ.
31. Цели и задачи исследования математических моделей систем, оценка точности и достоверности результатов моделирования.
32. Численные методы и их значение в компьютерных исследованиях.
33. Типы ошибок, Проблема сходимости. Погрешность численного решения задачи.
34. Решение линейных алгебраических уравнений. Прямые и итерационные методы.
35. Понятия аппроксимации, устойчивости и сходимости.
36. Задача интерполяции, интерполяция полиномами.
37. Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений. Численное интегрирование. Методы численного интегрирования
38. Численные методы решения экстремальных задач.
39. Интерполирование функций многочленами Ньютона, Лагранжа.
40. Метод наименьших квадратов и его применение.
41. Этапы вычислительного эксперимента.
42. Построение математической, алгоритмической и программной модели исследуемой системы. Модель, алгоритм, программа.
43. Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня.
44. Понятие о пакетах прикладных программ и программных системах, применяемых в математике, вычислительном эксперименте, численном и имитационном моделировании.
45. Пакеты прикладных программ.

#### 4. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Оценка результатов сдачи вступительного испытания проводится по пятибалльной шкале в соответствии с критериям, приведенным в таблице.

Оценка	Критерии
Отлично	<ul style="list-style-type: none"><li>• Полно раскрыто содержание материала в объёме программы вступительного экзамена в аспирантуру.</li><li>• Чётко и правильно даны определения и раскрыто содержание материала.</li><li>• Ответ самостоятельный, при ответе использованы знания, приобретённые ранее.</li><li>• Сформированы навыки исследовательской деятельности.</li></ul>
Хорошо	<ul style="list-style-type: none"><li>• Раскрыто основное содержание материала в объёме программы вступительного экзамена в аспирантуру.</li><li>• В основном правильно даны определения, понятия.</li><li>• Материал изложен неполно, при ответе допущены неточности, нарушена последовательность изложения. Допущены небольшие неточности при выводах и использовании терминов.</li><li>• Практические навыки нетвёрдые</li></ul>
Удовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"><li>• Усвоено основное содержание материала, но изложено фрагментарно, не всегда последовательно.</li><li>• Определения и понятия даны не чётко.</li><li>• Допущены ошибки при промежуточных математических выкладках в выводах.</li><li>• Практические навыки слабые.</li></ul>
Неудовлетворительно	<ul style="list-style-type: none"><li>• Основное содержание учебного материала не раскрыто.</li><li>• Не даны ответы на дополнительные вопросы преподавателя.</li><li>• Допущены грубые ошибки в определениях, доказательства теорем не проведено.</li><li>• Отсутствуют навыки исследовательской деятельности.</li></ul>

Программу вступительного испытания составил

к.т.н., доцент,  
зав. кафедрой «Программирование»

  
\_\_\_\_\_

А.И. Мартышкин

Программам вступительного испытания рассмотрена на заседании кафедры «Программирование» «13» января 2025 г., протокол № 6.

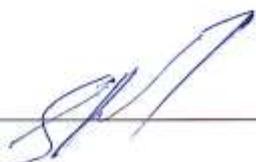
Зав. кафедрой «Программирование»,  
к.т.н., доцент

  
\_\_\_\_\_

А.И. Мартышкин

Согласовано

Заместитель ответственного секретаря  
приемной комиссии по программам аспирантуры,  
начальник ОПАНПК, к.т.н., доцент

  
\_\_\_\_\_

Е.А.Колобова